Le Mardi 17 Mars 2020

4.4 Révision Pour Examen de validation du module

Exercice N° 1 On considère les matrices,

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

1. (a) Exprimer J^2 en fonction de J .

   (b) Montrer que, pour tout entier naturel n : $M^n = \dfrac{1}{2^n} I + \dfrac{1}{3}\left(1 - \dfrac{1}{2^n}\right) J$.

2. Un mobile se déplace aléatoirement dans l'ensemble des sommets d'un triangle ABC de la façon suivante : si, à l'instant n, il est sur l'un quelconque des trois sommets, alors à l'instant $(n+1)$, soit il y reste, avec une probabilité de $\dfrac{2}{3}$, soit il se place sur l'un des deux autres sommets, et ceci avec la même probabilité. On pose $a_n = P(A_n)$, $b_n = P(B_n)$ et $c_n = P(C_n)$ avec,
   - A_n l'événement : “ le mobile se trouve en A à l'instant n ”.
   - B_n l'événement : “ le mobile se trouve en B à l'instant n ”.
   - C_n l'événement : “ le mobile se trouve en C à l'instant n ”.

   (a) Exprimer, pour tout entier naturel n, a_{n+1}, b_{n+1} et c_{n+1} en fonction de a_n, b_n et c_n.

   (b) Exprimer $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \\ c_{n+1} \end{pmatrix}$ en fonction de $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix}$ puis montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix} = M^n \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{pmatrix}$

   (c) En déduire l'expression de a_n, b_n et c_n et calculer les limites correspondantes.

Exercice N° 2

1. Soit $(X_i)_{1\leq i\leq k}$, où k est un entier supérieur ou égal à 2, une famille de variables aléatoires mutuellement indépendantes. on suppose que X_i suit une loi binomiale $B(n_i;p), 0 < p < 1$. Montrer que la somme $\displaystyle\sum_{i=1}^{i=k} X_i$ est une variable aléatoire binomiale et préciser ses paramètres.
2. Soit $(X_i)_{1\leq i\leq k}$, où k est un entier supérieur ou égal à 2, une famille de variables aléatoires mutuellement indépendantes. on suppose que X_i suit une loi de Poisson $P(\alpha_i)$. Montrer que la somme $\displaystyle\sum_{i=1}^{i=k} X_i$ est une variable aléatoire qui suit une loi de Poisson dont on précisera le paramètre.

Exercice N° 3 On considère 3 urnes U, V et W. Les deux urnes U et V contiennent 2 boules blanches et 2 boules noires. L'urne W contient 2 boules blanches et une noire. On effectue l'expérience aléatoire suivante : une boule est tirée de l'urne W. Si cette boule est blanche, elle est posée dans l'urne U et on y tire 2 boules simultanément et si elle est noire, elle est posée dans l'urne V et on y tire 2 boules simultanément.

1. Quelle est la probabilité :

   (a) que le tirage soit effectué de l'urne U ?
   (b) d'avoir 2 boules blanches en fin d'expérience ?
2. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de boules blanches tirées. Donner la loi de probabilté de X et sa variance.

Exercice N° 4 Une urne contient 3 boules rouges et 4 boules noires. On tire successivement et sans remise 4 boules de l'urne et on considére X la variable aléatoire qui donne le nombre de boules noires tirées.

1. (a) Donner la loi de probabilité de X
   (b) Calculer $\sigma(X)$
2. On effectue l'expérience aléatoire formée des trois épreuves suivantes :
   $\mathcal{E}$preuve 1 : On tire une boule de l'urne, on note sa couleur et on la remet dans l'urne.
   $\mathcal{E}$preuve 2 : On ajoute dans l'urne 5 boules de la même couleur de la boule tirée dans l'epreuve 1.
   $\mathcal{E}$preuve 3 : On tire successivement et sans remise 3 boules des 12 de l'urne.
   On considére les événements suivants :
   N : La boule tirée à l'epreuve 1 est noire.
   R : La boule tirée à l'epreuve 1 est rouge.
   E : Les 3 boules tirées à l'epreuve 3 sont noires.
   (a) Montrer que $P(N \cap E) = \dfrac{12}{55}$. Calculer $P(E)$
   (b) Calculer la probabilité de R sachant que E est réalisé.

Exercice N° 5 À la suite d'un sondage effectué à propos de la construction d'un barrage, on estime que :
• 65% de la population concernée est contre la construction de ce barrage et parmi ces opposants, 70% sont des écologistes ;
• parmi les personnes non opposées à la construction, 20% sont des écologistes. On interroge une personne au hasard.

1. Construire un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité qu'une personne interrogée soit écologiste.
3. On interroge au hasard et indépendamment 20 personnes. Quelle est la probabilité de trouver 11 écologistes ?

Exercice N° 6 Une urne U contient 14 jetons indiscérnables répartis de la façon suivante : 6 jetons blancs numérotés 0-0-1-1-2-2, 5 rouges numérotés 0-1-1-2-2 et 3 verts numérotés 0-1-2. On tire aléatoirement, successivement et avec remise trois jetons de l'urne.

1) Calculer la probabilité de l'événement A : " avoir 3 jetons de couleurs deux à deux différentes "

2) Calculer la probabilité de l'événement B : " avoir au moins 1 jeton qui porte le numéro 2 "

3) Si les jetons sont de même couleur, quelle est la probabilité qu'ils portent le même numéro ?

4) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque éventualité le nombre de couleurs obtenues.
   a) Donner la loi de probabilité de X. Calculer $E(X^2)$.
   b) Donner la fonction de répartition de X
   d) Quelle est la probabilité d'avoir des jetons qui portent au moins 2 couleurs ?

Exercice N° 7 Soient X et Y deux variables aléatoires dont la loi conjointe est donnée par le tableau suivant :

$X \diagdown Y$	-2	-1	0	1	2
-2	a	b	a	b	a
0	b	a	b	a	b
2	a	b	a	b	a

1. Déterminer la realtion entre a et b
2. Déterminer en fonction de a les lois marginales de X et Y, leur espérance et $cov(X, Y)$.
3. Existe-t-il des valeurs de a et b pour que X et Y soient non corrélées ?
4. Existe-t-il des valeurs de a et b pour que X et Y soient indépendantes ?

Royaume du Maroc
Ministère de l'Education Nationale, de la Formation Professionnelle
de l'enseignement Supérieur & de la Recherche Scientifique
Centre Régional des Métiers de l'Education et de la Formation
Région Rabat-Salé-Kenitra
Annexe Kenitra
Département de mathématiques
Secondaire (Promo 2020)

Sujet de révision du module de Planification 19 Mars 2020

Contexte: Ci-après la fiche pédagogique préparé par un enseignant pratiquant.

Pr.	**Fiche N°1**	**Séance N° 1**	**Niveau : 2AC**	**Domaine : algèbre**	**Titre : les équations**
Capacités et objectifs	**Capacités visées**	Mathématisation de situations – résolution d'équations de 1^{er} degré			
	Objectifs de la séance	Résolution des équations ax+b=0 et (ax+b).(cx+d)=0			
Prérequis	Opérations sur les nombres, résolution de l'équation ax+b=0				
Outils	tableau- manuel scolaire- crayons de couleurs				

Déroulement de la séance

situation – gestion du temps	**Activité de l'enseignant**	**Activité de l'élève**	**Structure et organisation**
Activité 1 : 10mn - Mathématisation d'une situation Simple et la résoudre en utilisant les prérequis - Travail en groupe	- Susciter l'intérêt chez les élèves - Poser des questions- fournir des réponses - Suivi des travaux des élèves - Soutenir les élèves en difficultés.	- déterminer les données et les consignes - exécuter les consignes - formuler les réponses	Mathématisation d'une situation - rappels des prérequis - étapes de résolution d'un problème - prendre les résultats sur les cahier

Consignes :

1. Présenter toutes vos remarques sur la fiche ci-dessus.
2. Donner en 10 lignes une analyse de la pratique de l'enseignant.
3. Préparer une fiche pédagogique complète qui vise la résolution de l'équation (ax+b).(cx+d)=0 .
4. Préparer une fiche pédagogique qui vise l'évaluation des apprentissages en résolution de l'équation (ax+b).(cx+d)=0. Cette fiche doit satisfaire les descriptions suivantes :
   - ✧ Comporter 3 exercices,
   - ✧ Présenter une analyse didactique pour chaque activité (registres de représentations, cadres, types d'activités, niveau cognitif).