Examen de Validation du Module
Complément de Formation 2 : Analyse 1
Cycle : Secondaire
Durée : 2H

Exercice 1 — 7 points

1. Soient les deux suites numériques $(U_n)_{n\geq 1}$ et $(V_n)_{n\geq 1}$ suivantes :

$$U_n = \left(\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{\sqrt{k}}\right) - 2\sqrt{n} \quad , \quad V_n = \left(\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{\sqrt{k}}\right) - 2\sqrt{n+1}$$

   Montrer que $(U_n)_{n\geq 1}$ et $(V_n)_{n\geq 1}$ sont adjacentes. Que peut-on conclure ?

2. Soient a et b deux nombres réels strictement positifs . On note H, G et A, respectivement les moyennes harmonique, géométrique et arithmétique de a et b, définies par

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{2}(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \quad , \quad G = \sqrt{ab} \quad \text{et} \quad A = \frac{1}{2}(a+b)$$

   a) Montrer que $H \leq G \leq A$.

   b) Soients $(a_n)_{n\geq 1}$ et $(b_n)_{n\geq 1}$ deux suites définies par la donnée de réels strictement positifs,a_0 et b_0 et les relations de récurrence suivantes

$$\forall\, n \in \mathbb{N} \, , \; a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n) \quad \text{et} \quad \frac{1}{b_{n+1}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{b_n}\right).$$

   Montrer que $(a_n)_{n\geq 1}$ et $(b_n)_{n\geq 1}$ sont adjacentes.

   c) Vérfier que $a_{n+1}b_{n+1} = a_n b_n$ et déduire la limite de $(a_n)_{n\geq 1}$ en fonction de a_0 et b_0.

Exercice 2 — 7 points

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on considére la fonction, $\begin{cases} f_n(x) = xe^{\frac{-1}{nx}} - 1 & x > 0 \\ f_n(0) = -1 \end{cases}$.

Soit (C_n) la courbe de f_n dans un repére orthonormé.

1. Etudier la continuité de f_n sur $[0, +\infty[$
2. En utilisant la définition étudier la monotonie de la fonction f_n sur $]0; +\infty[$.
3. Etudier la position relative des deux courbes (C_n) et (C_{n+1}).
4. a) Montrer que $(\forall n \geq 1)\, (\exists\,!\, x_n > 0)\; f_n(x_n) = 0$
   b) Etudier la monotonie de la suite $(x_n)_{n\geq 1}$. En déduire qu'elle converge.
   c) Montrer que $(\forall n \geq 1)\; x_n > 1$.
   d) Montrer que $\lim x_n = 1$

Exercice 3 — 6 points

1. Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction injective et continue.
   i. Supposons qu'il existe $x < y < z$ tels que $f(x) > f(y)$ et $f(y) < f(z)$.
   Vérifier que pour tout α tel que $f(y) < \alpha < \min\{f(x), f(z)\}$, il existe $a \in]x, y[$ et $b \in]y, z[$ tels que $f(a) = \alpha = f(b)$.
   ii. Déduire que f est strictement monotone.
2. Soit $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction vérifiant la relation $g \circ g(x) = -x$.
   i. Vérifier que g est injective.
   ii. Montrer que g n'est pas continue sur $\mathbb{R}$.

Royaume du Maroc Ministère de l'Education Nationale, de la Formation Professionnelle de l'enseignement Supérieur & de la Recherche Scientifique Centre Régional des Métiers de l'Education et de la Formation Région Rabat-Salé-Kenitra Section Kenitra Département de Mathématiques	**Examen de Validation du Module :** Complément de Formation **1** **Algèbre & Géométrie (1)** Cycle secondaire / Spécialité : Mathématiques	**Date d'évaluation 26 avril 2018**	
		Durée 2h	Page **1** sur **2**

I. Algèbre

Exercice :

1) Préciser toutes les propriétés vérifiées par l'addition dans $\mathbb{Z}$ et en déduire la structure de $(\mathbb{Z}, +)$. (1 pt)

2) Soit $n \geq 2$. Montrer que $n\mathbb{Z}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Z}, +)$. (0.5 pt)

3) Soit H un sous-groupe de $(\mathbb{Z}, +)$, montrer qu'il est de la forme $m\mathbb{Z}$, dont on pécisera l'entier naturel m . (1.5 pts)

4) Déterminer tous les sous-groupes H de $(\mathbb{Z}, +)$, vérifiant $n\mathbb{Z} \subset H \subset \mathbb{Z}$, $(n \geq 2)$. (1 pt)

5) Pour $n \geq 2$ et $x \in \mathbb{Z}$, on pose $\bar{x} = \{x + nk,\ k \in \mathbb{Z}\}$ et $\mathbb{Z}/_{n\mathbb{Z}} = \{\bar{x}\ ,\ x \in \mathbb{Z}\}$.

   On définit dans $\mathbb{Z}/_{n\mathbb{Z}}$, l'addition par : $\bar{x} \oplus \bar{y} = \overline{x+y}$ pour tout $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$.

   i) Montrer que $\mathbb{Z}/_{n\mathbb{Z}} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \ldots\ldots, \overline{n-1}\}$. (1 pt)

   ii) Calculer dans $\mathbb{Z}/_{6\mathbb{Z}}$ les expressions : $\bar{0} \oplus \bar{2}$, $\bar{3} \oplus \bar{3}$, $\bar{4} \oplus \bar{2}$ et $\bar{4} \oplus \bar{5}$. (0.5 pt)

   iii) Montrer que $(\mathbb{Z}/_{n\mathbb{Z}}, \oplus)$ est un groupe abélien. (1 pt)

6) i) Caractériser tous les sous- groupes de $(\mathbb{Z}/_{n\mathbb{Z}}, \oplus)$ (0.75 pt)

   ii) Traiter le cas particulier du groupe $(\mathbb{Z}/_{6\mathbb{Z}}, \oplus)$. (0.75 pt)

7) Soit $n \geq 2$, on considère l'application $f : (\mathbb{Z}, +) \longrightarrow (\mathbb{Z}/_{n\mathbb{Z}}, \oplus)$ définie par :

   $f(x) = \bar{x}$ pour tout $x \in \mathbb{Z}$.

i) Montrer que f est un homomorphisme de groupes. (0.5 pt)

ii) Vérifier que f est surjective. (0.5 pt)

iii) Calculer $\ker(f)$, en déduire que f n'est pas injective. (1 pt)

Royaume du Maroc Ministère de l'Education Nationale, de la Formation Professionnelle de l'enseignement Supérieur & de la Recherche Scientifique Centre Régional des Métiers de l'Education et de la Formation Région Rabat-Salé-Kenitra Section Kenitra Département de Mathématiques	**Examen de Validation du Module :** Complément de Formation **1** **Algèbre & Géométrie (1)** Cycle secondaire / Spécialité : Mathématiques	**Date d'évaluation** **26 avril 2018**	
		Durée 2h	Page **2** sur **2**

II. Géométrie

Exrcice 1:

Soient M et N les milieux des côtés $[AD]$ et $[BC]$ du rectangle $ABCD$ et P un point de la demi-droite de (DC) qui ne contient pas C. Soit Q le point d'intersection de (PM) et (AC). La droite qui passe par le centre O et parallèle à (BC) coupe (QN) au point K.

1- Montrer que (KM) est parallèle à (PN).

2- Montrer que $\widehat{QNM} = \widehat{MNP}$.

Exrcice 2:

Soient ABC un triangle, P un point du plan et A_1, B_1 et C_1 les projetés orthogonaux de P respectivement sur les droites (BC), (AC) et (AB).

1- Supposons que P est sur le cercle circonscrit à ABC et que P est sur l'arc $\overset{\frown}{AC}$ qui ne contient pas B.

i. Faire un dessin avec la règle et le compas.

ii. Vérifier que $\widehat{A_1PC_1} = 180^\circ - \widehat{ABC}$ et déduire que $\widehat{A_1PC_1} = \widehat{APC}$ et $\widehat{APC_1} = \widehat{A_1PC}$.

iii. Vérifier que A, B_1, P et C_1 sont sur le même cercle et déduire que $\widehat{AB_1C_1} = \widehat{APC_1} = \widehat{A_1PC}$.

iv. De même montrer que $\widehat{A_1PC} = \widehat{A_1B_1C}$ et déduire que A_1, B_1 et C_1 sont alignés.

2- Réciproquement supposons que A_1, B_1 et C_1 sont alignés. Montrer que P est sur le cercle circonscrit à ABC.

Barème:

Exercice 1: 1. (2pts), 2. (2pts).

Exercice 2: 1.i. (0.5pts), 1.ii. (1pts), 1.iii. (1.25pts), 1.iv. (1.25pts), 2. (2pts)

المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵏⴰⵣⵣⴰⵔ ⴷ ⵓⵙⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ المركز الجهوي لمهن التربية والتكوين لجهة الرباط سلا القنيطرة - فرع القنيطرة- **شعبة الرياضيات**	**استيفاء مجزوءة التخطيط** **سلك الثانوي** **تخصص الرياضيات**	تاريخ التقويم : 26 أبريل 2018 مدة الإنجاز: ساعتان الصفحة : 1 على 1

سياق الوضعية : أسفله بطاقة بيداغوجية أعدها أحد أساتذة الرياضيات في إطار التخطيط لحصة دراسية.

الدرس : المعادلات	المادة :الجبر	المستوى : الثانية إع	الحصة رقم 1:	الجذاذة رقم 1	ذ.
الأهداف	قدرات	تربيض وضعيات وحلها ـ حل معادلات تؤول لمعادلات من الدرجة 1 بمجهول واحد ـ			
	أهداف الحصة	حل معادلة على شكل $ax+b=0$ حل المعادلة $(ax+b).(cx+d)=0$			
المكتسبات القبلية	العمليات على الأعداد الجذرية – المعادلة $x+a=b$ ، $ax=b$ ،				
الوسائل	سبورة ـ كتاب التلميذ ـ ألوان				
سـيـر الحـصـة					
الوضعيات – تدبير الوقت	نشاط المدرس	نشاط المتعلم	هيكلة وتنظيم		
نشاط 1: 10د – تربيض وضعية بسيطة وحلها بتوظيف المكتسبات القبلية . اشتغال في مجموعات	- إثارة اهتمام التلاميذ بالموضوع - أسئلة – أجوبة . - تتبع البحث . - دعم المتعثرين .	- إبداء الرأي داخل المجموعة - تحديد المطلوب والمعطيات . - إنجاز المهمة . - صياغة النتيجة .	- التذكير ببعض المكتسبات - مراحل حل مسألة - تدوين هذه النتائج على الدفاتر		

الاسئلة :

1. حدد أهمية الإعداد القبلي لدرس ؟ **(2 ن)**

2. ما هي مراحل التخطيط لدرس ؟ **(2 ن)**

3. عرف سيناريو بيداغوجي ؟ **(1 ن)**

4. ما هي الوثائق والمراجع الازمة للتخطيط لدرس؟ **(2 ن)**

5. قدم جردا لملاحظاتك حول البطاقة البيداغوجية أعلاه؟ **(4 ن)**

6. أعد صياغة البطاقة أعلاه كي تصبح مناسبة لممارسة صفية جيدة. **(9 ن)**

استيفاء مجزوءة التدبير 1
سلك الثانوي

سياق الوضعية :

في احدى مراحل تدبير حصة دراسية طرح مدرس لمادة الرياضيات على تلامذته السؤال التالي :
ما هي قيمة حقيقة العبارة التالية : " مجموع عددين اوليين في المجموعة $\mathbb{N}$ هو عدد زوجي "
بعد مهلة من التفكير كانت اجوبة بعض التلاميذ كالاتي :

جواب التلميذ رقم 1

لدينا $1+1=2=2\times 1$
اذن العبارة صحيحة لأجل الحد الاول
نفترض ان العبارة صحيحة لأجل n
اي ان $p+q=2n$
ونبين انها صحيحة بالنسبة ل $n+1$
لدينا
$(p+1)+(q+1)=p+q+2=2n+2=2(n+1)$
اذن العبارة صحيحة

جواب التلميذ رقم 2

لدينا p و q عددين اوليين
اذن فهما فرديين
يعني ان $p+q=(2n+1)+(2n+1)$
يعني ان $p+q=4n+2=2(n+1)$
و منه فان العبارة صحيحة

جواب التلميذ رقم 3

نفترض ان $p+q$ عدد فردي اذن يوجد عدد صحيح طبيعي n بحيث $p+q=2n+1$
يعني ان $p=2n+1-q$
بما ان q عدد اولي فانه فردي
اذن بوجد عدد صحيح طبيعي m بحيث $q=2m+1$
يعني ان $p=2n+1-(2m+1)=2(n-m)$
وهذا تناقض مع كون p عدد اولي

الأسئلة

1. حدد الدرس ثم المستوى الذي يندرج فيه سؤال المدرس. **(1ن)**
2. اكتب السؤال الذي طرحه المدرس على شكل استلزام عبارتين. **(1.5ن)**
3. حدد نفي العبارة. **(1.5ن)**
4. حدد انواع الاستدلالات الرياضية المستعملة من طرف التلاميذ الثلاثة معرفا هذه الاستدلالات مع تقديم مثال عن كل نوع. **(3ن)**
5. حدد الاخطاء التي ارتكبها كل تلميذ. **(3ن)**
6. ما هي في نظرك، الاسباب التي جعلت التلاميذ يرتكبون هذه الاخطاء واقترح نشاطا لمعالجة كل خطأ؟ **(3ن)**
7. اجب عن السؤال الذي طرحه الاستاذ على تلامذته باستعمال نوعين مختلفين من الاستدلال الرياضي ثم اكتب كل استدلال استعملته على شكل قانون منطقي. **(4ن)**
8. اقترح خطاطة مناسبة لمساعدة التلاميذ على الاجابة على السؤال المطروح من طرف المدرس. **(3ن)**

المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الجهوي لمهن التربية والتكوين لجهة الرباط سلا القنيطرة –فرع القنيطرة-	ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵏⴰⵎⴰⵙ ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ	تاريخ التقويم : 24 أبريل 2018
	مدة الإنجاز: ساعتان	الصفحة : 1 على 1

استيفاء مجزوءة التدبير 1 / الرياضيات
سلك الابتدائي

سياق الوضعية :

في إطار تطبيق مفهوم القسمة الإقليدية بمستوى السادس إبتدائي، قدم أحد المدرسين لتلامذته النشاط التالي الذي أخذ نصه من أحد الكتب المدرسية :

نص النشاط :

ساهم تلاميذ القسم السادس بمدرسة بنفس المبلغ لشراء شارة التضامن من أجل محاربة الفقر بحيث كانت مساهمة كل تلميذ هي 250 سنتيما. مجموع المساهمات هي 8000 سنتيما.

1) ما عدد تلاميذ القسم ؟
2) ما عدد الشارات المشتراة إذا علمت أن ثمن الشارة الواحدة هو 350 سنتيما ؟
3) ما هو المبلغ المتبقي ؟

الأسئلة :

1. أنجز النشاط المقترح. **(3 ن)**
2. ما هو المجال الذي ينتمي إليه هذا النشاط من مجالات الرياضيات المقررة بسلك الإبتدائي ؟ **(1 ن)**
3. ما هي القدرات التي يوظفها هذا النشاط ؟ **(2 ن)**
4. أ- اذكر بعض الصعوبات التي يمكن أن تعترض المتعلمين عند إنجازهم لهذا النشاط ؟ **(2 ن)**

   ب - ما هي الاقتراحات التي تراها مناسبة لمعالجة هذه الصعوبات ؟ **(2 ن)**
5. أ - ما هي الخطوات التي تراها مناسبة لتدبير هذا النشاط داخل الفصل ؟ **(1 ن)**

   ب – قدم سيناريو بيداغوجي لتدبير هذا النشاط داخل الفصل. **(5 ن)**
6. في جوابه عن السؤال رقم 1) من النشاط المقترح من طرف الأستاذ، قدم أحد التلاميذ الإنجاز جانبه:

   أ – حدد الخطأ الذي ارتكبه هذا التلميذ عند إنجازه لعملية القسمة **(1 ن).**

   ب – في نظرك، ما هي مصادر هذا الخطأ ؟ **(1 ن)**

   ج – اقترح طريقة لمعالجة هذا الخطأ. **(2 ن)**