CRMEF Kénitra
Département de Mathématiques
Section Collège- Lycée

Pr. Hichame Amal

Année: 2017/2018

Géométrie I

Géométrie du plan et de l'espace

Contrôle 1

Exrcice 1: 4 points

Soit $ABCD$ un parallélogramme et $P \in [AD]$ tel que $\dfrac{AP}{AD} = \dfrac{1}{n}$. Soit Q le point d'intersection de (AC) et (PB).

1. Montrer que $\dfrac{AQ}{QC} = \dfrac{1}{n}$.
2. Déduire que $\dfrac{AQ}{AC} = \dfrac{1}{n+1}$.

Exrcice 2: 9 points

1- Soit ABC un triangle et $[BD)$ la bissectrice de l'angle $\widehat{B}$ avec $D \in [AC]$. Soit K (resp. L) la projection orthogonale de A (resp. C) sur la droite (BD).

i. Faire un dessin avec la règle et le compas.

ii. Vérifier que les triangles BLC et CLD sont semblables à BKA et AKD respectivement.

iii. Déduire que $\dfrac{AD}{DC} = \dfrac{AB}{BC}$.

2- Soit $\mathcal{C}(O, r)$ le cercle inscrit dans le triangle ABC, $[AA_1)$ la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$ avec $A_1 \in [BC]$. On note $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$.

i. Completer le dessin.

ii. Montrer que $BA_1 = \dfrac{ac}{b+c}$.

iii. Déduire que $\dfrac{AO}{OA_1} = \dfrac{b+c}{a}$.

Exrcice 3: 7 points

Soit ABC un triangle, H l'intersection de ses hauteurs et $\mathcal{C}(O, R)$ le cercle circonscrit à ABC. Les trois droites qui passent par les sommets du triangle ABC et qui sont parallèlles aux côtes opposés formes un autre triangle $A'B'C'$.

1. Avec la régle et le compas faire un dessin.
2. Vérifier que le cercle circonscrit à $A'B'C'$ est de centre H et de rayon $2R$.
3. Montrer que
$$AH^2 + BC^2 = 4R^2 \quad \text{et} \quad AH = BC|\cot\alpha| \quad \text{où} \quad \alpha = \widehat{B'HB}($$